

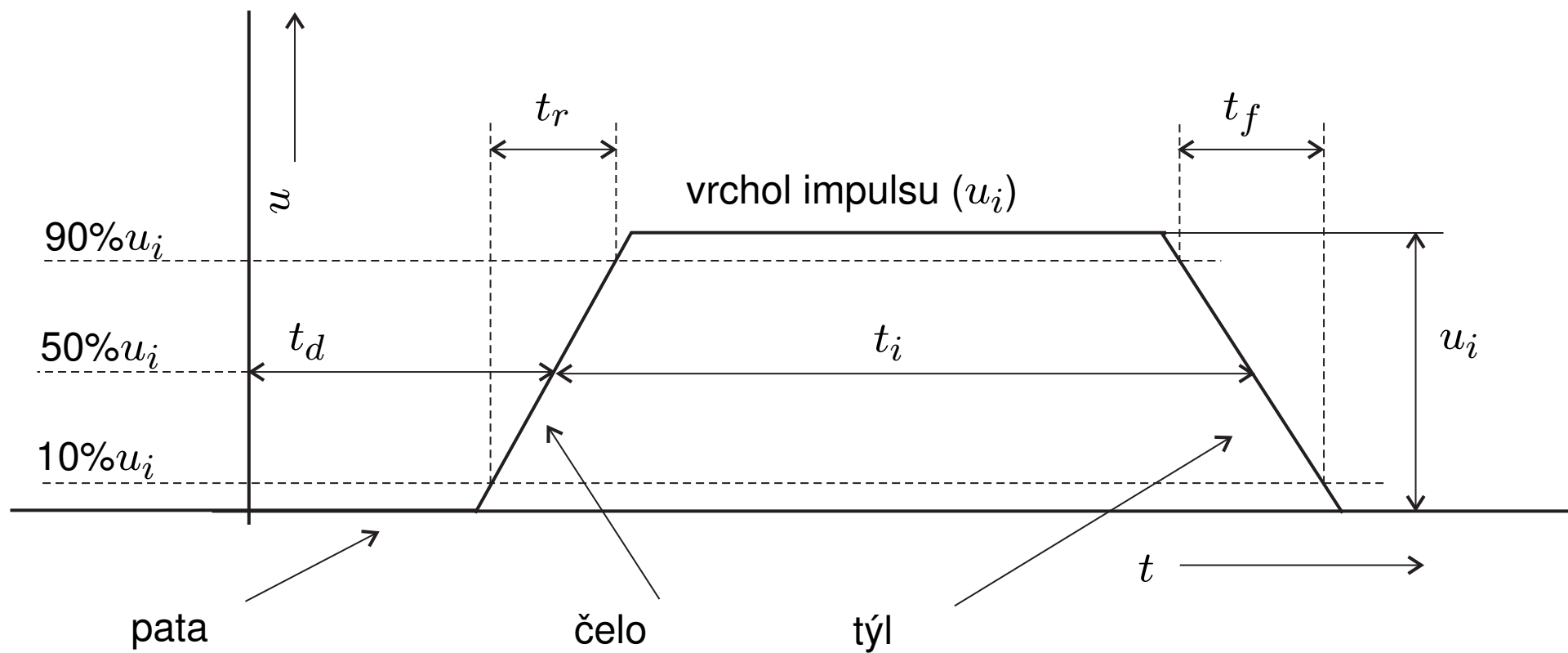
Fakulta biomedicínského inženýrství – Teoretická elektrotechnika

Prof. Ing. Jan Uhlíř, CSc.

Léto 2020

6. Vedení – obvod s nesoustředěnými parametry

Obecný impulsní signál – základní parametry

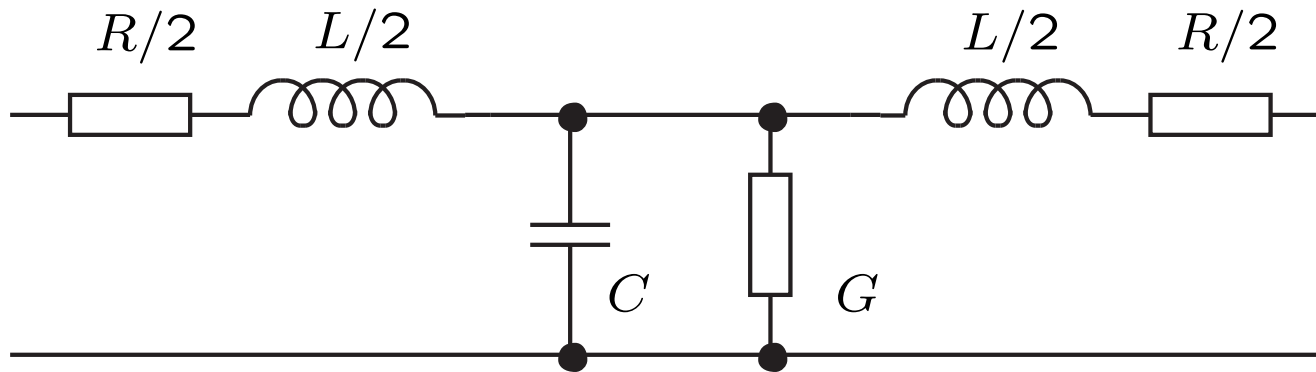


- t_r je doba trvání čela (náběhu) impulsu (rise time) a měří se jako čas, který impulsní napětí potřebuje k přechodu mezi $10\%u_i$ a $90\%u_i$.
- t_f je doba trvání týlu (poklesu) impulsu (fall time) a měří se jako čas, který impulsní napětí potřebuje k přechodu mezi $90\%u_i$ a $10\%u_i$.
- t_d je doba zpoždění čela impulsu (delay time) a může být vztažena k jakémukoli časovému okamžiku, obvykle před příchodem čela. Obecně může být vztažena i k okamžiku pozdějšímu, pak má záporné znaménko. Pokud se vztahuje k jinému impulsu, bývá měřena rovněž vůči okamžiku, kdy tento impuls prochází úrovní $50\%u_i$.
- t_i doba trvání impulsu

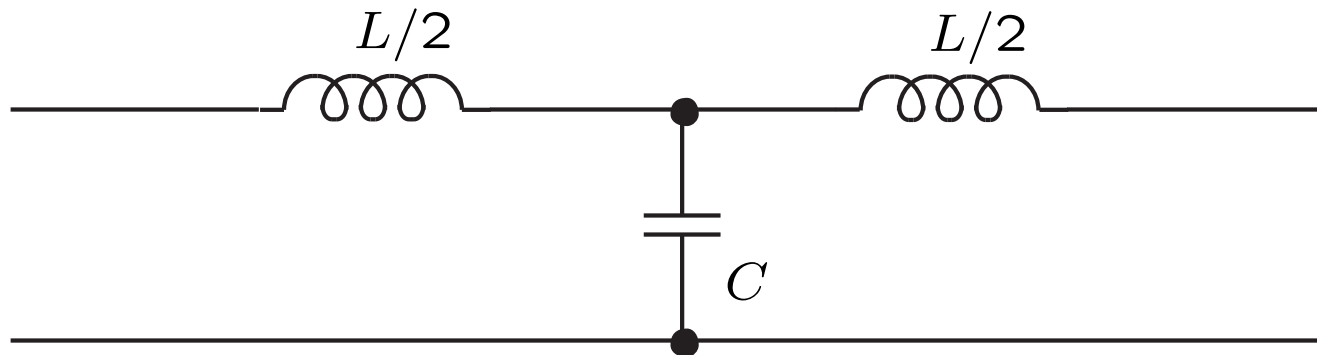
- u periodicky se opakujících impulsů se uvádí
 - kmitočet nebo perioda opakování impulsu
 - střída (duty cycle), tj., poměr doby trvání impulsu k době trvání paty, opět měřeno v úrovni $50\%u_i$

Homogenní vedení

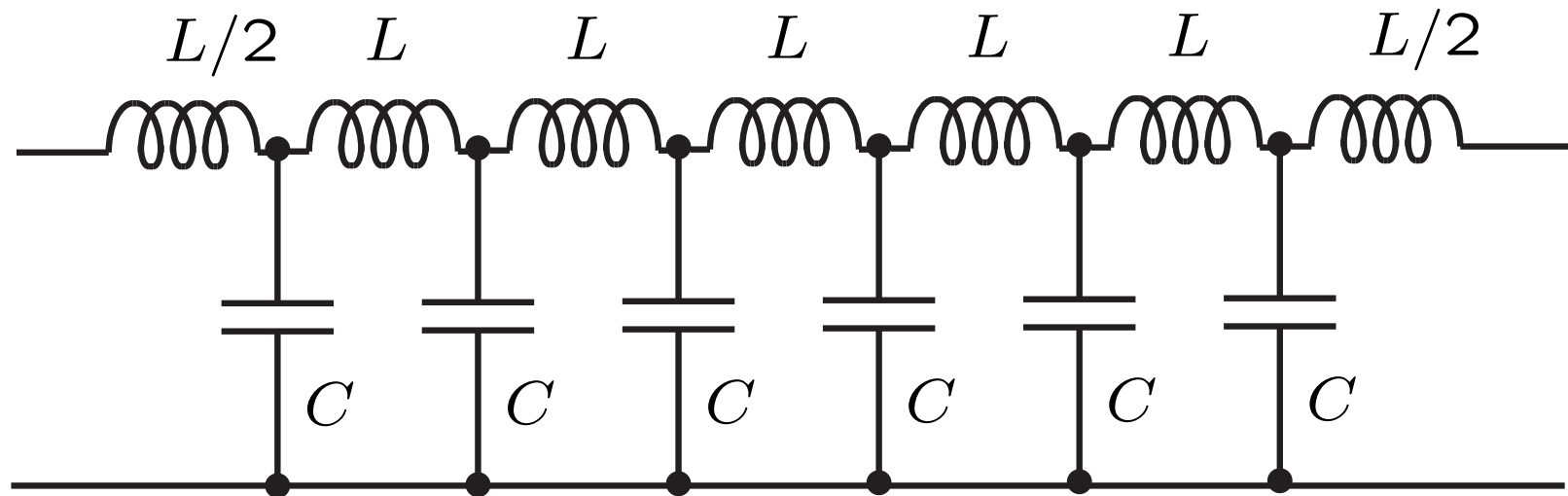
vedení se ztrátami



bezeztrátové vedení



Model bezeztrátového vedení



Dlouhé vedení se chová na obou koncích jako obvod s impedancí Z_0 . Jde však o obvod, kterým se šíří vlna, která postupně energii ukládá do bezeztrátových prvků L a C a na konci vedení ji odevzdává do zátěže.

Pro charakteristickou impedanci platí

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad [\Omega]$$

kde L je indukčnost a C je kapacita vedení na jednotku délky.

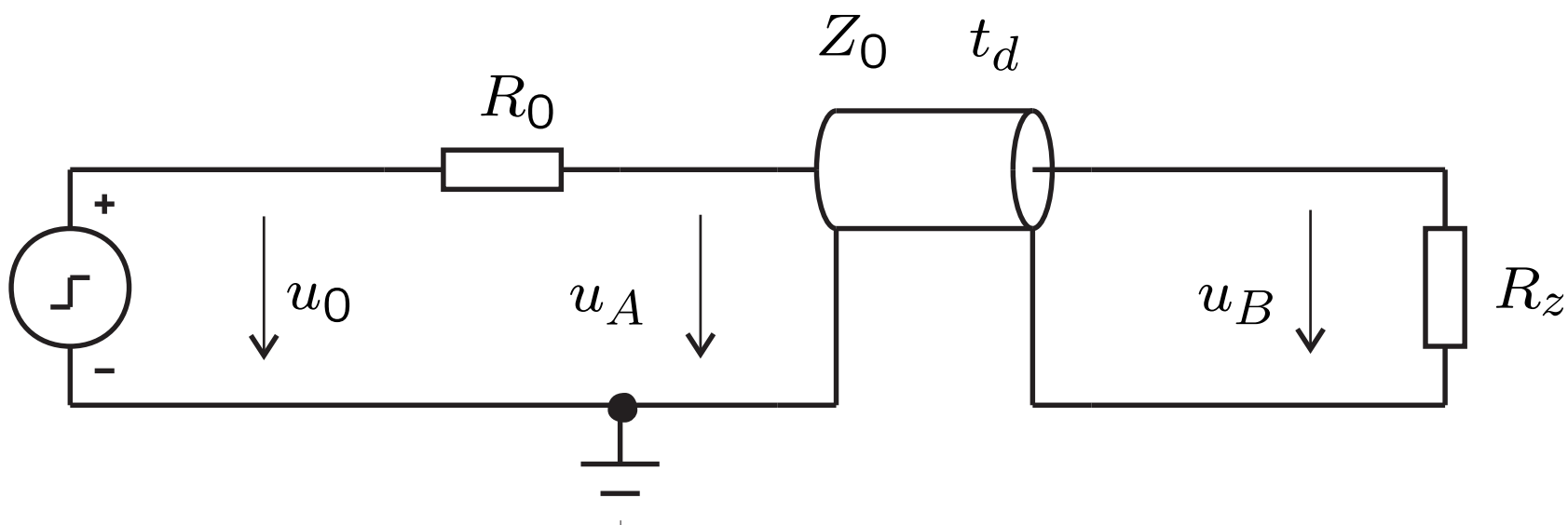
Zpoždění na jednotku délky je dáno vztahem

$$t_d = \sqrt{L \cdot C}. \quad [s]$$

Vlastnosti některých vedení

	L [nH/m]	C [pF/m]	Z_0 [Ω]	t_d [ns/m]
vodič ve vzduchu	2000	6	600	3,5
kroucená dvoulinka	500-1000	50-100	80-120	5-10
plochý kabel	500-1000	50-100	80-120	5-10
koax. kabel	250	100	50	5

Úplný obvod s dlouhým vedením



Pro popis chování obvodu zavedeme dva koeficienty odrazu

$$\rho_A = \frac{R_0 - Z_0}{R_0 + Z_0} \quad \text{a} \quad \rho_B = \frac{R_z - Z_0}{R_z + Z_0}.$$

Je-li na vstup v čase $t = 0$ zaveden impuls o velikosti $U = u_0(0)$ platí následující vztahy

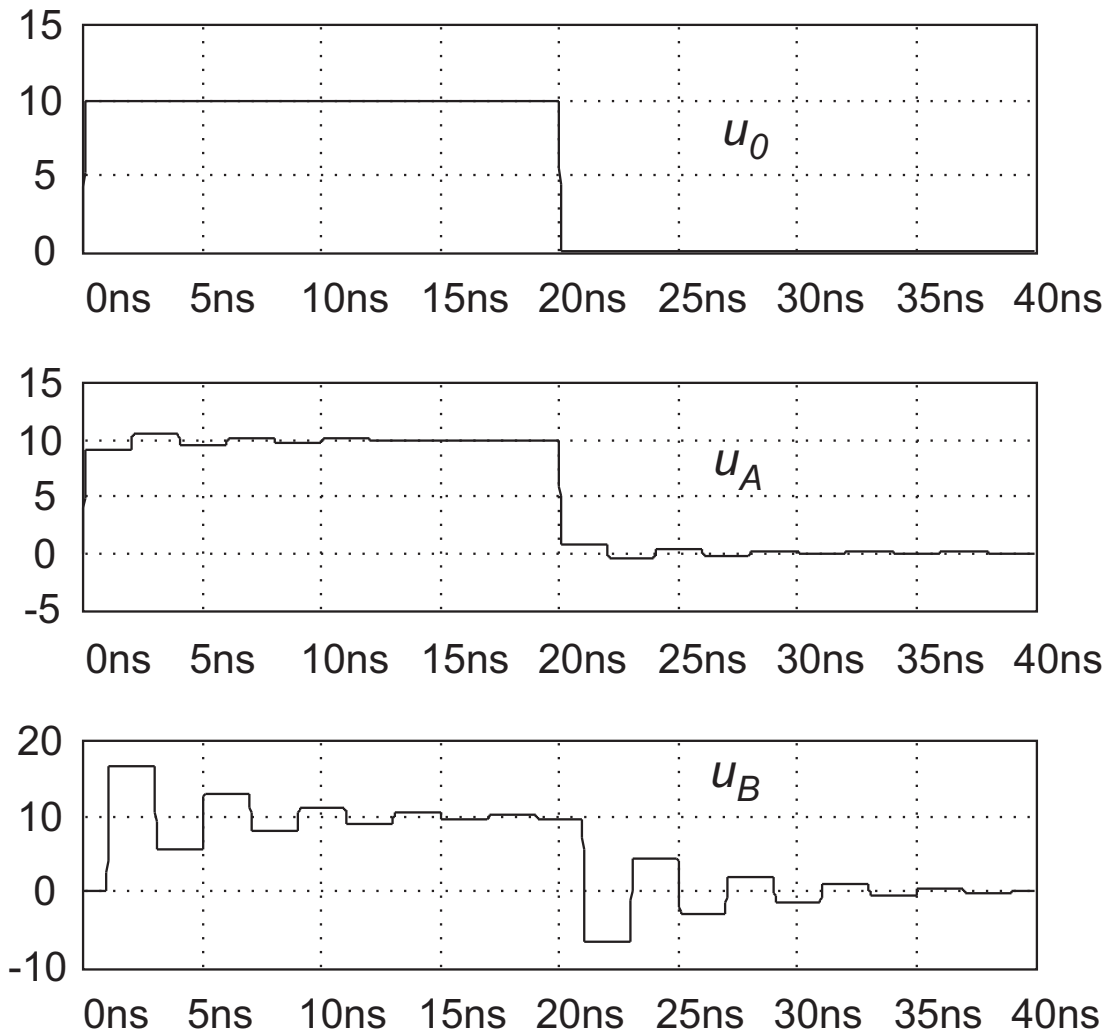
$$u_A(0) = U \frac{Z_0}{Z_0 + R_0}, \quad u_B(0) = 0.$$

Potom

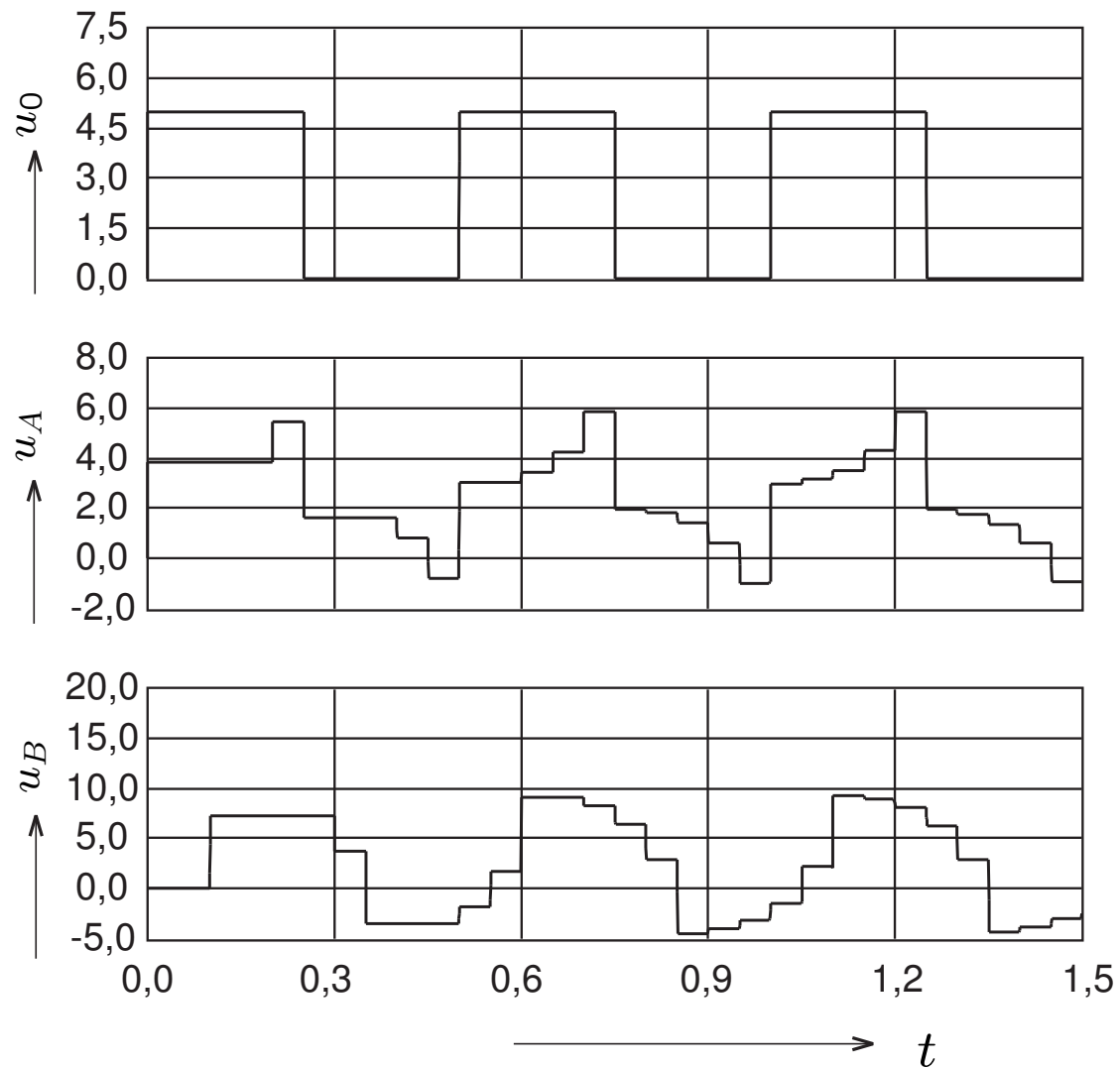
$$\begin{aligned} u_B(t_d) &= u_A(0)(1 + \rho_B) \\ u_A(2t_d) &= u_A(0)(1 + \rho_B + \rho_B\rho_A) \\ u_B(3t_d) &= u_A(0)(1 + \rho_B + \rho_B\rho_A + \rho_B\rho_A\rho_B) \\ u_A(4t_d) &= u_A(0)(1 + \rho_B + \rho_B\rho_A + \rho_B\rho_A\rho_B + \rho_B\rho_A\rho_B\rho_A) \\ &\dots \end{aligned}$$

$$u_B(\infty) = u_A(\infty) = U \frac{R_z}{R_z + R_0}.$$

Přechodný děj na vedení – $Z_0 = 50 \Omega$, $R_0 = 5 \Omega$, $R_z = 500 \Omega$.



Obvod s periodickým impulsním signálem $Z_0 = 100\Omega$ $t_d = 100\text{ns}$
 $u_0 = 5\text{V}$ $R_0 = 30\Omega$ $t_i = 250\text{ns}$ $t_p = 500\text{ns}$ $R_z = 2\text{k}\Omega$



Podmínky pro zakončování vedení

- $\rho_B = 0$, tedy tehdy, kdy $R_z = Z_0$. Vedení je na svém konci impedančně přizpůsobeno a napětí se na výstupu ustálí okamžitě po uplynutí doby t_d . Na vstupu je napětí odpovídající ustálenému stavu okamžitě s příchodem vrcholu vstupního impulsu a již se nezmění.
- $\rho_A = 0$ a $\rho_B = 1$, tedy tehdy, kdy $R_0 = Z_0$ a současně $R_z \rightarrow \infty$. Vedení je impedančně přizpůsobeno ke zdroji signálu a na výstupu je naprázdno (častý případ spojení obvodů CMOS). V tomto případě se na vstupu vedení vytvoří nejprve napětí poloviční než má zdroj impulsu, takový impuls se šíří vedením, na jehož konci se při odrazu zdvojnásobí na hodnotu shodnou s napětím zdroje a když odražená vlna dorazí zpět na vstup, ustálí se vstupní napětí na vrcholu vstupního impulsu.

- $\rho_A = 0$ a $\rho_B = -1$, tedy tehdy, kdy $R_0 = Z_0$ a současně $R_z = 0$. Vedení je přizpůsobeno na vstupu a na konci je zkrat. Na vstupu vedení se vytvoří napětí poloviční než je napětí zdroje U . Vlna s touto „výškou“ se šíří ke konci vedení a odrazí se s opačnou polaritou (na zkratu je nulové napětí) a za dobu $2t_d$ se na vstupu vedení vytvoří ustálené nulové napětí. Takto lze generovat na vstupu vedení krátké, poměrně přesně časově definované impulsy.
- $\rho_A = 0$ a ρ_B libovolné, tedy tehdy, kdy $R_0 = Z_0$ a zatěžovací rezistor je libovolný. Vedení je přizpůsobeno na vstupu. Na vstupu vedení se vytvoří napětí poloviční než je napětí zdroje U . Vlna s touto „výškou“ se šíří ke konci vedení a vytvoří výstupní napětí odpovídající napětí na děliči R_z/Z_0 . Vznikne odraz, který po návratu na vstup ustálí napětí na hodnotě, kterou vytvořilo vedení na svém konci.

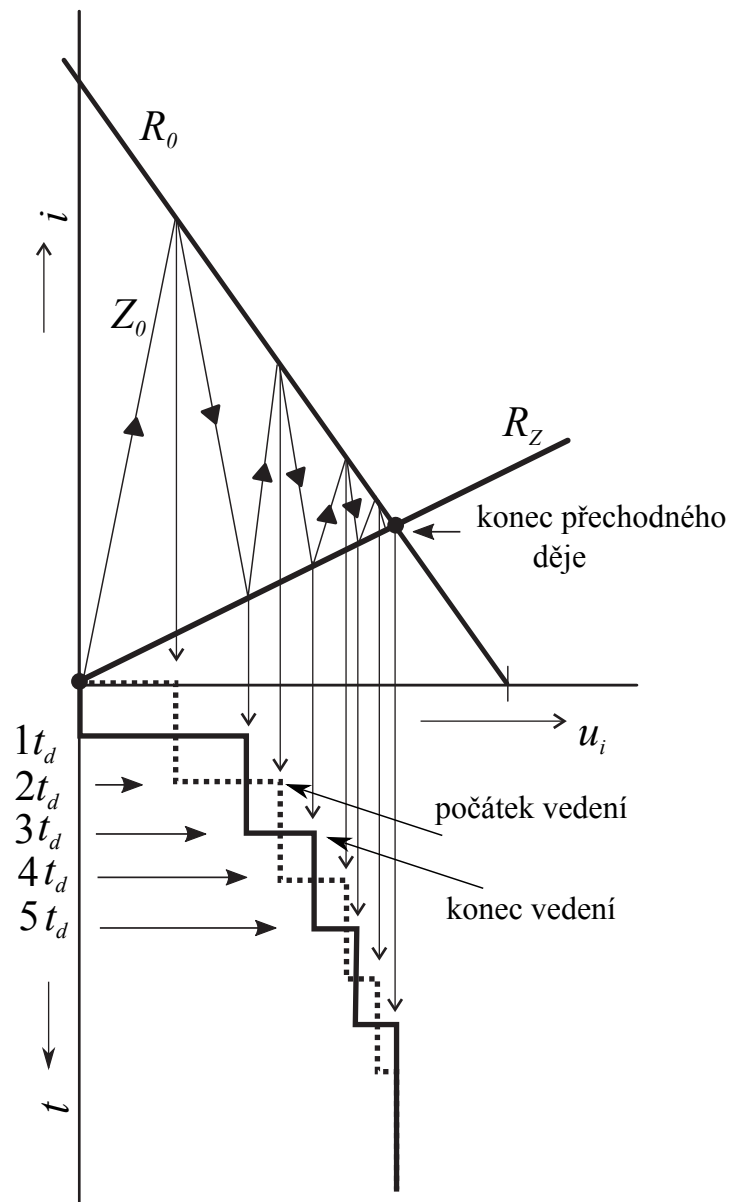
Všechny zdroje signálu jsou zatíženy charakteristickými impedancemi připojených vodičů. To se však projevuje jen v době, kdy se ze zdroje šíří dopředná vlna a na vstupních svorkách nepůsobí odražené vlny. Pokud se napětí na vedeních mění tak pomalu, že se zpětná vlna vrátí dříve než se vstupní signál výrazně změní, pak lze s bezeztrátovým vedením počítat jako s vodičem o nulovém odporu a na vstupu vedení počítat s vlastnostmi obvodu, ke kterému vedení vede.

Pro posouzení nutnosti řešit spoj s ohledem na odrazy a související defekty v napěťových úrovních platí empirický vztah

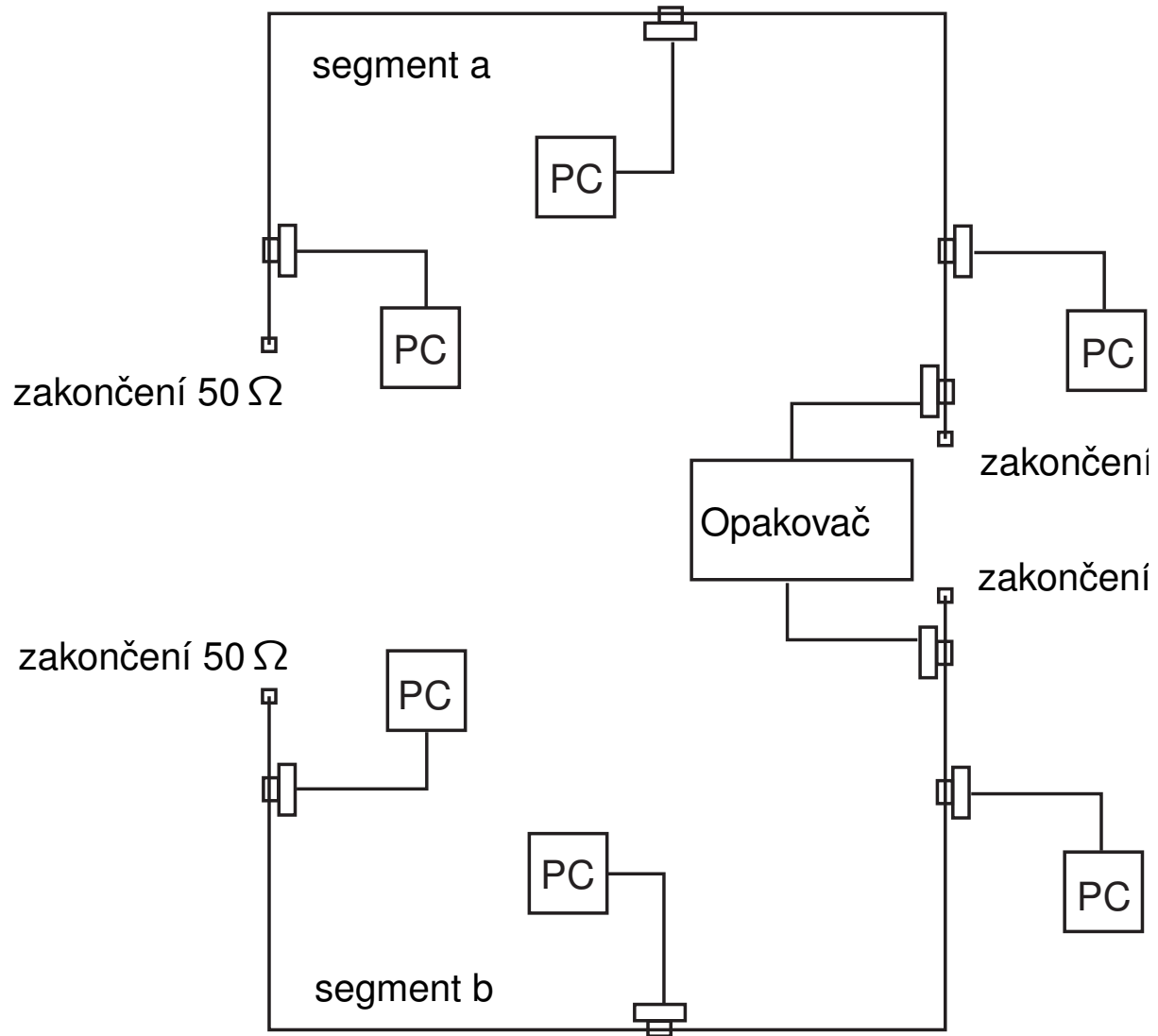
$$t_r \leq 2 t_d l,$$

který říká, že vedení o délce l ovlivní významně přenos impulsů, pokud impulsy mají trvání čela kratší, než je dvojnásobek doby zpoždění. Např. pro kroucený pár se zpožděním $t_d = 10 \text{ ns/m}$ a impulsy s časem $t_r = 2 \text{ ns}$, začne být vliv odrazů významný již od délky spoje 10 cm.

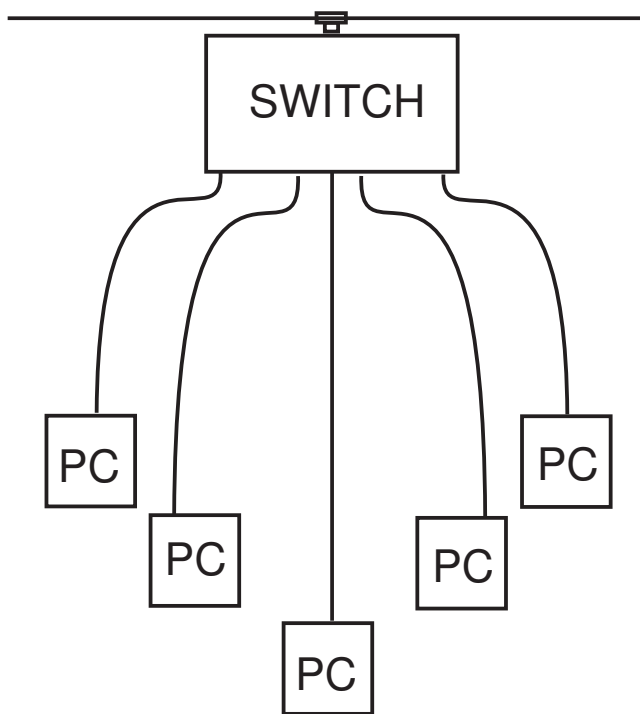
Odrazy na vedení - grafická konstrukce (Bergeronův diagram)



Kabelové spojení v síti Ethernet – tlustý koaxiální kabel



Ethernet - kroucený pár



Homogenní vedení ve frekvenční oblasti

V podmínkách harmonického ustáleného stavu se šíří po vedení vlny se sinusovým průběhem – dopředné a odražené.

Ty se v každém místě a v každém okamžiku vzájemně superponují.

Charakteristická impedance je označována jako vlnová impedance

$$\hat{Z}_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Pro vlnu šířící se po bezeztrátovém vedení lze najít vlnovou délku

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{1}{ft_d} \quad [\text{m}]$$

Je to tedy taková délka vedení, na kterou se "vejde" právě jedna perioda vysílaného sinusového signálu.

Koeficient odrazu je pro vedení zakončené impedancí \hat{Z}_z

$$\Gamma = \frac{\hat{Z}_z - \hat{Z}_0}{\hat{Z}_z + \hat{Z}_0}$$

Vzhledem k tomu, že se v každém okamžiku setkává zdroj vstupního signálu s odraženým signálem, nemusí být z jeho pozice vstupní impedance rovna charakteristické impedanci a bude se zřejmě měnit s frekvencí, s délkou vedení a se zakončením.

Pro vedení beze ztrát

$$\hat{Z}_{vst} = \hat{Z}_0 \frac{\hat{Z}_z + j\hat{Z}_0 \operatorname{tg}(\omega t_d l)}{\hat{Z}_0 + j\hat{Z}_z \operatorname{tg}(\omega t_d l)} = \hat{Z}_0 \frac{\hat{Z}_z + j\hat{Z}_0 \operatorname{tg}(2\pi \frac{l}{\lambda})}{\hat{Z}_0 + j\hat{Z}_z \operatorname{tg}(2\pi \frac{l}{\lambda})}$$

kde l je délka vedení a λ je vlnová délka pro danou frekvenci a rychlost šíření.

Zvláštní případy nastanou pro (vedení beze ztrát)

- zkrat na konci vedení $\hat{\mathbf{Z}}_z = 0$ $\hat{\mathbf{Z}}_{vst} = j \hat{\mathbf{Z}}_0 \operatorname{tg} (2\pi \frac{l}{\lambda})$
- otevřený konec vedení $\hat{\mathbf{Z}}_z \rightarrow \infty$ $\hat{\mathbf{Z}}_{vst} = -j \hat{\mathbf{Z}}_0 \operatorname{cotg} (2\pi \frac{l}{\lambda})$
- čtvrtvlnné vedení $l = \lambda/4$ $\hat{\mathbf{Z}}_{vst} = \hat{\mathbf{Z}}_0^2 / \hat{\mathbf{Z}}_z$
- půlvlnné vedení $l = \lambda/2$ $\hat{\mathbf{Z}}_{vst} = \hat{\mathbf{Z}}_z$